

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO, 10^o-11^o, ou 11^o-12^o, MATEMÁTICA B (PROVA 735)

2009 – 2^a Fase

Grupo I

1. Sejam X_1 e X_2 as variáveis “Número saído na 1^a jogada” e “Número saído na 2^a jogada”, respectivamente.

Tem-se $P(X_1=1) = P(X_2=1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$$P(X_1=2) = P(X_2=2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P(X_1=3) = P(X_2=3) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

A tabela seguinte dá-nos os valores de X , para os valores de X_1 e X_2

X_2		1	2	3
X_1				
	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6

$$P(X=2) = P(X_1=1) \times P(X_2=1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=3) = P(X_1=1) \times P(X_2=2) + P(X_1=2) \times P(X_2=1)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=4) = P(X_1=1) \times P(X_2=3) + P(X_1=2) \times P(X_2=2) + P(X_1=3) \times P(X_2=1)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

$$P(X=5) = P(X_1=2) \times P(X_2=3) + P(X_1=3) \times P(X_2=2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$P(X=6) = P(X_1=3) \times P(X_2=3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

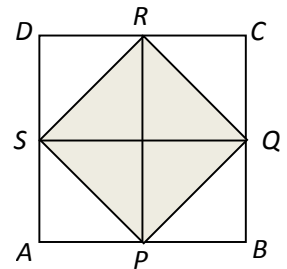
Então a tabela de distribuição de probabilidades de X é

x_i	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{5}{16} = 0,3125$	$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{1}{16} = 0,0625$

2. Média dos números saídos nas 820 jogadas é $1 \times 0,55 + 2 \times 0,20 + 3 \times 0,25 = 1,7$.

Grupo II

1. Dividindo o quadrado [ABCD] pelas suas medianas, obtemos 8 triângulos retângulos geometricamente iguais entre si. Seja A a área de cada um.



Então

Área do quadrado [ABCD] = $8A$

Área do quadrado [PQRS] = $4A$

Logo, Área do quadrado [PQRS] = $\frac{1}{2}$ Área do quadrado [ABCD].

- 2.

Peça	1	2	3	4	5	6
Área da pedra preciosa (cm ²)	8	4	2	1	0,5	0,25

Como a área do exterior é $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$ e no ponto 1 já foi verificado que o quadrado inscrito com vértices nos pontos médios do quadrado exterior tem metade da área do quadrado exterior, então a área da maior pedra preciosa é 8 cm^2 .

Soma das áreas das faces visíveis das pedras = $8 + 4 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 = 15,75$

Somas das áreas $15,75 \text{ cm}^2$.

Grupo III

1. Se o perímetro do mural é 26 m, a soma de dois lados consecutivos é 13 e portanto, as suas medidas, em metros, são

$$x \quad \text{e} \quad 13 - x$$

Para obter as medidas da tapeçaria basta subtrair os valores correspondentes às margens respectivas:

$$x - 2 \times 0,5 = x - 1$$

$$13 - x - 2 \times 1 = 11 - x$$

Como as medidas dos lados têm de ser números positivos, tem-se

$$x - 1 > 0 \quad \wedge \quad 11 - x > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x > 1 \quad \wedge \quad x < 11 \quad \Leftrightarrow \quad x \in]1, 11[$$

2. Área da tapeçaria = base \times altura

$$A(x) = (x - 1)(11 - x) = 11x - x^2 - 11 + x = -x^2 + 12x - 11 \quad x \in]1, 11[$$

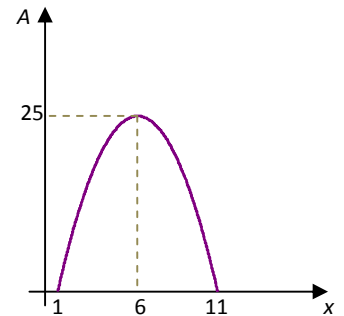
3. A função $A(x)$ é uma quadrática em que $a < 0$, logo o gráfico é parte de uma parábola com a concavidade voltada para baixo. O valor máximo é a ordenada do vértice.

$$\text{Zeros: } x = 1 \vee x = 11$$

$$\text{Abcissa do vértice: } x = \frac{1 + 11}{2} = 6$$

$$\text{Ordenada do vértice: } A(6) = 25$$

A tapeçaria tem uma área máxima de 25 m^2 , no caso em que $x = 6$ metros.



Grupo IV

1.

1.1. O algarismo 8 tem 8% de ocorrências

$$8 - P(8) \approx 4,0765$$

Com a aproximação pedida, $8 - P(8) \approx 4,1$

1.2. De acordo com o modelo encontrado, a percentagem de ocorrência do algarismo 1 é

$$P(1) = 26,6723 - 10,9399 \ln(1) = 26,6723.$$

Se a distribuição tem por base uma amostra de 216 dados,

$$0,266723 \times 216 \approx 57,6 \text{ ou seja } 58 \text{ números começam com o algarismo } 1.$$

2.

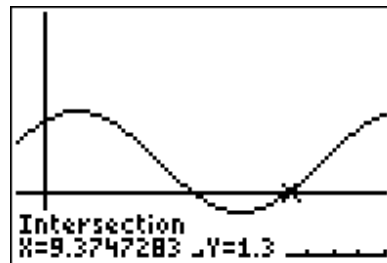
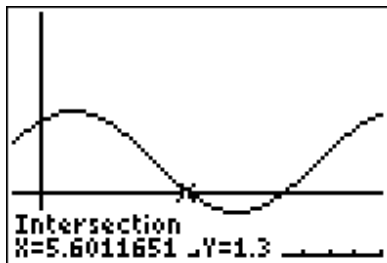
Introduzindo a função na calculadora e pedindo uma tabela com valores arredondados às milésimas, obtém-se

n	1	2	3	4	5	6	7
P(n)	0,301	0,176	0,125	0,097	0,079	0,067	0,058

Trata-se do algarismo 7.

Grupo V

- Representando a função $M(t)$ e a recta $y = 1,3$ e determinando a intersecção dos dois gráficos, considerando só o período até às 13 horas visto que se quer o período da manhã, tem-se:



Um dos pontos de intersecção corresponde $t \approx 5,6012$, ou seja

5 horas e 36 minutos.

O outro ponto de intersecção corresponde $t \approx 9,3747$, ou seja às 9 horas e 22 minutos.

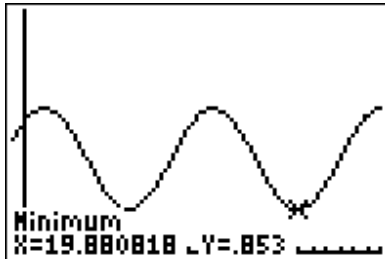
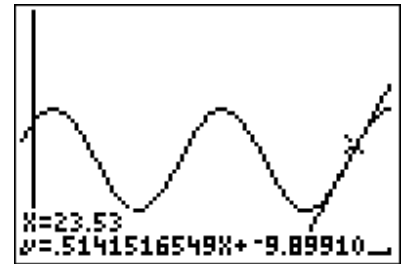
Logo será entre cerca das 5h e 36 minutos e as 9 horas e 22 minutos que é possível apanhar o marisco.

-

O barco esteve encalhado desde as 6,11 horas, até às 23,53 horas, totalizando $23,53 - 6,11 = 17,42$.

17,42 horas correspondem a 17 horas e 25,2 minutos, ou seja, passaram cerca de 17 horas e 25 minutos desde que o barco ficou encalhado até ser libertado, o que contraria a informação dada pela comunicação do jornal local.

O barco foi desencilhado no instante $t = 23,53$, altura em que o nível das águas do mar subia a uma taxa aproximada de 0,51 metros por hora, como se pode identificar na calculadora. Na notícia, dava-se a informação errada de que a taxa seria de 0,7 metros por hora.



Na última baixa-mar, antes da libertação da embarcação, o nível das águas do mar era de 0,853 metros.

Às 23,53 horas o nível era de 2,199 metros, o que nos permite concluir que a maré já tinha subido 1,346 metros ($2,199 - 1,346$), um valor inferior ao comunicado pelo jornal local.

