

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO EXAME DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS (PROVA 835)

2009 – 2ª Fase

1.

- 1.1. Para poder emitir opinião sobre a existência de alguma vantagem, ou desvantagem, em se agruparem duas das modalidades desportivas – Golfe e Ténis -, na distribuição dos 12 lugares da direcção pelos representantes das diferentes modalidades, determinemos o número de lugares atribuídos antes e depois de se agruparem o Golfe e o Ténis.

Distribuição do número de lugares pelos representantes de cada modalidade sem se agrupar o Golfe com o Ténis:

		Modalidades desportivas				
Nº praticantes		Basquetebol	Futebol	Ténis	Golfe	Râguebi
Divisores		186	218	91	45	191
1		186,00	218,00	91,00	45,00	191,00
2		93,00	109,00	45,50	22,50	95,50
3		62,00	72,67	30,33	15,00	63,67
4		46,50	54,50	22,75	11,25	47,75
5		37,20	43,60	18,20	9,00	38,20
6		31,00	36,33	15,17	7,50	31,83

Nº de elementos para a direcção	3	4	1	0	4
---------------------------------	---	---	---	---	---

Distribuição do número de lugares pelos representantes de cada modalidade agrupando o Golfe com o Ténis:

		Modalidades desportivas			
Nº praticantes		Basquetebol	Futebol	Golfe e Ténis	Râguebi
Divisores		186	218	136	191
1		186,00	218,00	136	191,00
2		93,00	109,00	68	95,50
3		62,00	72,67	45,33	63,67
4		46,50	54,50	34	47,75
5		37,20	43,60	27,20	38,20
6		31,00	36,33	22,67	31,83

Nº de elementos para a direcção	3	4	2	3
---------------------------------	---	---	---	---

Se se associassem, o Golfe e Ténis ganhariam um elemento para a direcção, sendo retirado ao Râguebi, concluindo-se assim que há vantagem nesta associação em termos da representatividade dos praticantes.

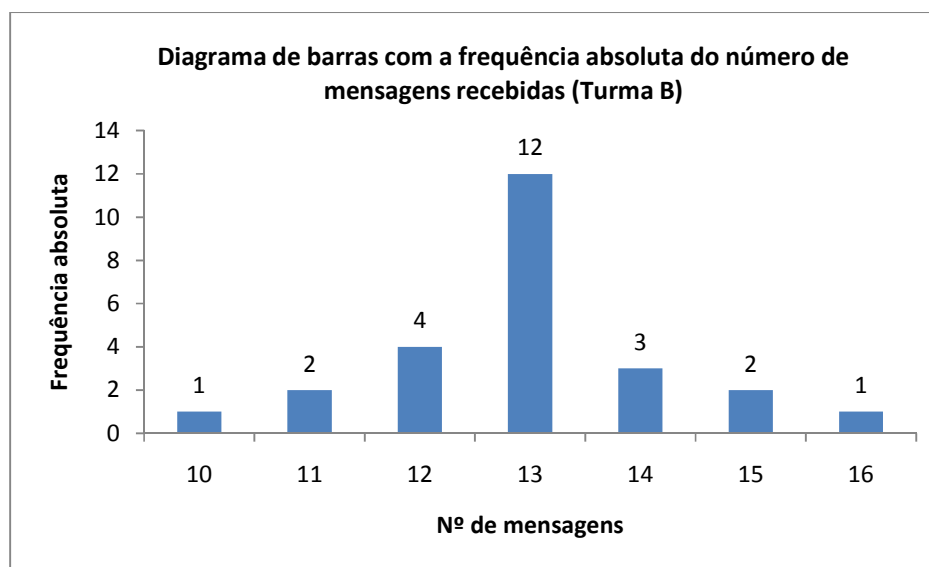
3.

3.1.

3.1.1. Apresentando as frequências pedidas numa tabela:

Nº de mensagens recebidas	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
10	0,04	0,04
11	0,08	0,12
12	0,16	0,28
13	0,48	0,76
14	0,12	0,88
15	0,08	0,96
16	0,04	1
Total	1	

3.1.2.



3.2. Recorrendo à máquina calculadora para determinar as estatísticas pedidas, obtêm-se:

Turma A

```
1-Var Stats
X̄=12.96
Σx=324
Σx²=4486
Sx=3.45784133
σx=3.387978748
↓n=25
```

Turma B

```
1-Var Stats
X̄=12.96
Σx=324
Σx²=4240
Sx=1.306394529
σx=1.28
↓n=25
```

Conclui-se que a média em ambas as turmas é 12,96 mensagens, mas os desvios padrão são diferentes: 3,39 na turma A e 1,28 na turma B.

Sendo as médias das duas turmas iguais, os desvios padrão serão necessariamente diferentes porque na turma B, a observação 13 (valor aproximado da média) é aquela que tem maior frequência absoluta e as observações inferiores ou superiores a 13 têm frequências absolutas menores, e quanto mais os valores se distanciam de 13, menor será essa frequência. Há uma baixa variabilidade dos dados relativamente à média.

Na turma A, apesar de a observação 13 ser igualmente a que tem maior frequência absoluta, existe uma maior amplitude amostral ($19 - 6 = 13$), do que na turma B ($16 - 10 = 6$), e observa-se que valores mais afastados da média, como por exemplo 10 ou 16 têm frequências absolutas superiores a valores mais perto da média, como por exemplo 11 ou 15, respectivamente. Há portanto uma maior variabilidade dos dados relativamente à média na turma A do que na turma B, o que se traduz num desvio padrão maior, e poderá ter sido este o raciocínio do António para ter feito aquela afirmação.

3.3. O intervalo pedido é dado pela expressão $\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

onde

$$\hat{p} = \frac{125}{250} = 0,5$$

$$n = 250$$

Como o nível de confiança pedido é 95%, z tomará o valor de 1,960.

Donde:

$$\left[0,5 - 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}} ; 0,5 + 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{250}} \right]$$

Ou seja,] 0,44 ; 0,56 [

4. Designe-se por:

- $P(A|N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Alfa, sabendo que ele se destina ao mercado nacional;
- $P(N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso se destinar ao mercado nacional;
- $P(A \cap N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Alfa e se destinar ao mercado nacional;
- $P(B \cap N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Beta e se destinar ao mercado nacional.

Tem-se:

$$P(A|N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{P(A \cap N)}{P(A \cap N) + P(B \cap N)} = \frac{0,5 \times \frac{1}{3}}{0,5 \times \frac{1}{3} + 0,5 \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}} = \frac{12}{3 \times 7} = \frac{4}{7}$$

Ou seja, a probabilidade pedida é $\frac{4}{7}$.

5. Definindo no editor de funções da calculadora a expressão do modelo matemático que permite descrever, em milhares, o número de residentes em Portugal:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=10728.45/(1+
0.05*e^(-0.12*X)
)
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
```

Podemos agora encontrar a resposta, bastando para isso determinar a diferença entre a imagem de $t = 7$ (final de 2007), por P , e a imagem de $t = 0$ (final de 2000), por P .

```
Y1(7)-Y1(0)
284.1924719
```

Podemos então concluir que, desde o final do ano 2000 até ao final do ano 2007, o número de residentes em Portugal aumentou em 284 milhares de indivíduos.